

Олімпіада з інформатики Солом'янського району

2006/07 н. р.

Автори:

Олександр Рудик (задачі 1, 2),

Данило Мисак (задача 3)

1. Банківська справа (20 балів)

Молодий ломбардець Гуччо Бальйоні (герой серії творів французького письменника Моріса Дрюона) часто виконував таємні доручення сучасних йому можновладців Франції, Англії та Італії. Не маючи можливості протягом трьох років безпосередньо самому займатися справами, він вирішив отримати зиск, вклавши гроші у справи паризьких банкірів. Виявилося, що розмір винагороди (відсоток зиску) різний у різних банкірів. Звичайно, чим більшу суму він дасть банкіру, тим більше отримає через 3 роки. І не менше, ніж дав банкіру. Але в кожного банкіра відсоток зиску різний для різних сум. На жаль, за розрахунками Гуччо, йому ніколи не отримати більше за 1000 ліврів (середньовічних французьких монет).

Завдання

Створіть програму PROFIT.*, яка допоможе молодому ломбардцю отримати якнайбільші статки.

Вхідні дані

Перший рядок вхідного файлу PROFIT.DAT у вказаному порядку містить два натуральних числа:

m — кількість ліврів, яку молодий Гуччо може використати для збагачення;

n — кількість паризьких банкірів.

Тут m і n не перевищують 100. Для j в межах від 1 до m ($j+1$)-й рядок цього файлу містить послідовність n натуральних чисел. k -й член цієї послідовності — це кількість монет, яку отримає Гуччо через три роки від k -го банкіра, віддавши йому j монет перед від'їздом.

Вихідні дані

Перший рядок вихідного файлу PROFIT.RES має містити найбільшу кількість ліврів, яку може мати молодий ломбардець через 3 роки, використавши m ліврів належним чином.

Другий рядок цього файлу має містити послідовність n невід'ємних цілих чисел. k -й член цієї послідовності — це кількість ліврів, яку має дати Гуччо k -му банкіру, щоб отримати максимальний зиск від своїх капіталовкладень (потрібно подати хоча б один з варіантів розподілу).

Приклад вмісту файлу PROFIT.DAT	Приклад вмісту файлу PROFIT.RES
3 10	14
1 1 6 2 2 5 2 1 3 3	0 0 1 2 0 0 0 0 0 0
2 4 7 8 3 7 8 4 8 5	
7 10 12 10 4 9 11 6 13 7	

2. Опір (31 бал)

Сукупність клем електричної схеми занумеровано натуральними числами в межах від 1 до n включно. Клеми з'єднано m опорами, величина кожного з яких в омах виражається невід'ємним раціональним числом.

Завдання

Створіть програму RESISTOR.*, яка визначить опір між клемами 1 і n .

Вхідні дані

Вхідний файл RESISTOR.DAT містить у вказаному порядку натуральні числа n і m , розташовані у межах від 1 до 2500 включно, і далі m четвірок невід'ємних цілих чисел: два номери клем, чисельник і знаменник величини опору в омах, що їх з'єднує.

Вихідні дані

Єдиний рядок вихідного файлу RESISTOR.RES містить нескоротний дріб — шуканий опір в омах. Якщо знаменник дроби дорівнює 1, то дробову риску / і сам знаменник не записувати. Якщо опір нескінченний, тобто немає послідовності опорів, що сполучає клеми 1 і n , то файл RESISTOR.RES містить запис `zero conductivity`

Приклад вмісту файлу RESISTOR.DAT	Приклад вмісту файлу RESISTOR.RES
3 3 1 2 2 1 2 3 7 1 2 3 6 1	68/13

Примітка

Для розв'язання задачі не потрібно подавати числа масивами цифр або розв'язувати систему лінійних рівнянь з кількістю змінних, що перевищує 50.

3. Цифри (29 балів)

Завдання

Петрик якось побачив у школі велике натуральне число. Допоможіть хлопцю порахувати, скільки різних цифр використовується в десятковому записі цього числа, створіть програму DIGITS.*, яка це визначить.

Вхідні дані

Вхідний файл DIGITS.DAT містить єдине ціле число n , кількість різних цифр у записі якого необхідно порахувати. $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^9$.

Вихідні дані

Вихідний файл DIGITS.RES повинен містити єдине число — кількість різних цифр у записі числа n .

Приклад вмісту файлу DIGITS.DAT	Приклад вмісту файлу DIGITS.RES
5215	3

Ідеї розв'язання

Задача «Банківська справа»

Запровадимо такі позначення:

a_{jk} — кількість монет, які герой отримає за j монет від банкіра k (вхідні дані);

b_{jk} — найбільша кількість монет, які герой отримає при оптимальному розподілі j монет серед банкірів $1 — k$.

Покладемо $a_{0k} = b_{0k} = 0$. Маємо:

$b_{j1} = a_{j1}$ при $j = 1, 2, \dots, m$;

$b_{j(k+1)} = \max \{ b_{(j-l)k} + a_{l(k+1)} \}_{l=0, 2, \dots, j}$ при $k = 1, 2, \dots, n - 1$.

Те l , при якому досягається максимум, потрібно запам'ятати як елемент таблиці $c_{j(k+1)}$, щоб потім скористатися при знаходженні оптимального розподілу монет на основі таких тверджень:

- якщо $b_{jk} < b_{j(k+1)}$, то при оптимальному розподілі j монет серед банкірів $1 — (k + 1)$ потрібно обов'язково скористатися послугами банкіра $k + 1$;
- якщо $b_{jk} = b_{j(k+1)}$, то при оптимальному розподілі j монет серед банкірів $1 — (k + 1)$ можна обійтися без послуг банкіра $k + 1$.

Задача «Опір»

Щоб розв'язати задачу, потрібно зробити такі кроки:

- Агрегування, тобто заміна одним опором послідовного чи паралельного сполучення опорів, вилучення петель (обидва кінці дроту приєднано до одного опору), вилучення з розгляду опорів з ізольованим кінцем (приєднаного до клеми, до якої не приєднано жодного іншого опору).
- Пошук відповіді на питання: після приєднання джерела напруги до першої та останньої клем чи потече струм лише по одному провіднику? Якщо відповідь ствердна, то шуканий опір дорівнює опору цього провідника. Якщо не знайдеться жодного провідника, що сполучено з клемою 1, або не знайдеться жодного провідника, що сполучено з клемою n , то провідність між клемами $1 — n$ дорівнює нулю.
- Встановлення можливості з'єднання клем $1 — n$ послідовністю нульових опорів пошуком у ширину. Якщо це можливо, то шуканий опір дорівнює нулю.
- Встановлення можливості з'єднання клем $1 — n$ послідовністю опорів пошуком у ширину. Якщо це неможливо, то провідність між клемами $1 — n$ дорівнює нулю.
- Визначення коефіцієнтів системи лінійних рівнянь з використанням першого та другого правил Кірхгофа:
 - Пошук найкоротшого (за кількістю ланок) маршруту, що з'єднує клеми $1 — n$. Вільний член відповідного рівняння дорівнює 1, що відповідає приєднанню джерела напруги 1 вольт.
 - Пошук незалежних замкнених контурів у порядку збільшення кількості ланок. Залежність рівняння, побудованого за розглядуваним контуром, від уже врахованих рівнянь означає, що всі ланки розглядуваного контура повністю належать уже розглянутим контурам.
- Розв'язання системи лінійних рівнянь за допомогою методу Гауса з урахуванням правил додавання дробів.
- Знаходження суми величин струмів, що виходять з клеми 1.

Задача «Цифри»

Цифри числа можна знайти шляхом послідовного ділення на 10: беремо останню цифру як остачу від ділення на 10 ($n \bmod 10$), відкидаємо останню цифру, поділивши число на 10 без остачі ($n \div 10$), повторюємо ту саму операцію для передостанньої (тепер уже останньої) цифри і т. д., поки число не стане нулем. Далі слід перебрати всі цифри від 0 до 9 та перевірити, які з них є серед цифр числа. Вивести кількість таких цифр.