

Олімпіада з інформатики Солом'янського району

2008/09 н. р.

Автори:

Данило Мисак (задачі 1, 2),

Олександр Рудик (задача 3)

1. Задача «Цифри» (назва програми: `digits.pas/cpp`)

Петрик задумав деяке натуральне трицифрове число. Він склав цифри цього числа та помножив отриману суму на k . Число, що утворилося в результаті, дорівнює початковому. Визначте, яке число задумав Петрик.

Вхідні дані

Єдиний рядок вхідного файлу `digits.in` містить число k .

Вихідні дані

У вихідний файл `digits.out` ви маєте вивести число, яке задумав Петрик. Якщо умові відповідає більш ніж одне число, виведіть усі можливі варіанти: впорядковані за зростанням, кожен у своєму рядку. Відомо, що Петрик не помилявся під час розрахунків, тобто принаймні одне число задовольняє умову.

Приклад вхідного файла:	Приклад вихідного файла:
12	108

Приклад вхідного файла:	Приклад вихідного файла:
13	117
	156
	195

Пояснення до другого прикладу

Числа 117, 156 та 195 задовольняють умову:

$$117 = (1 + 1 + 7) \cdot 13$$

$$156 = (1 + 5 + 6) \cdot 13$$

$$195 = (1 + 9 + 5) \cdot 13$$

Інших таких чисел нема. Тож потрібно вивести ці три в порядку зростання.

2. Задача «Дільники» (назва програми: `divisors.pas/cpp`)

Визначте, яке з перших n натуральних чисел має найбільшу кількість дільників.

Вхідні дані

Єдиний рядок вхідного файлу `divisors.in` містить число n . Відомо, що n не перевищує 10^6 .

Вихідні дані

У вихідний файл `divisors.out` виведіть число, що серед перших n натуральних (чисел від 1 до n) має найбільшу кількість дільників. Якщо однаково максимальну кількість дільників мають відразу кілька чисел, виведіть найменше з них.

Приклад вхідного файла:

7

Приклад вихідного файла:

6

Приклад вхідного файла:

20

Приклад вихідного файла:

12

Пояснення до другого прикладу

Кожне з чисел від 1 до 20 має не більше ніж 6 дільників. Хоч 6 дільників має відразу 3 числа з цього проміжку — 12, 18 і 20, — найменшим з них є 12. Його й треба вивести.

3. Задача «Прогресія» (назва програми: `sequence.pas/cpp`)

Арифметичною прогресією називають послідовність, у якій різниця двох послідовних елементів стала. Створіть програму, що з даної множини n натуральних чисел вибере елементи арифметичної прогресії найбільшої довжини з додатною різницею.

Вхідні дані

Вхідний файл `sequence.in` містить $n + 1$ натуральне число, кожне з яких не перевищує 500 000. Перше з них — n , а наступні — різні n натуральних чисел.

Вихідні дані

Кожен рядок вихідного файла `sequence.out` повинен містити у вказаному порядку кількість членів шуканої арифметичної прогресії, її найменший перший член та її різницю — по одному варіанту відповіді в кожному рядку в порядку зростання першого члена, а для однакових перших членів — у порядку зростання різниці прогресії.

Приклад вхідного файла:

4 1 5 6 3

Приклад вихідного файла:

3 1 2

Приклад вхідного файла:

8 1 5 10 3 6 8 18 30

Приклад вихідного файла:

3 1 2

3 6 2

3 6 12

Ідеї розв'язання

Задача «Цифри»

Достатньо перебрати всі трицифрові числа, від 100 до 999, перевіряючи кожне, а ті, для яких умова задачі справджується, — виводити. Можна перебрати не самі трицифрові числа, а їхні цифри: першу (в межах від 1 до 9), у вкладеному циклі другу (в межах від 0 до 9), в ще одному вкладеному циклі третю (теж від 0 до 9).

Задача «Дільники»

Умова передбачає, що значення n може бути достатньо великим. Тому кількість балів, що заробляє той чи той розв'язок, залежить не лише від правильності цього розв'язку, а й від його ефективності. Найпростіший спосіб: перебрати n перших натуральних чисел, для кожного числа k перебрати всі числа в межах від 1 до k та перевіряти, які з них є дільниками — відповідним чином знаходити їх кількість. Оптимізований варіант: для числа k перевіряти лише числа, що не перевищують квадратного кореня з k , і кожний знайдений дільник зараховувати двічі (крім випадку, коли k точно дорівнює його квадратові — такий дільник зараховуємо один раз). Та вкажемо навіть ефективніший розв'язок.

Виділимо з чисел від 1 до 10^6 ті, кількість дільників яких строго більша від кількості дільників будь-якого меншого від них числа. Послідовність таких чисел починатиметься зі значень 1, 2, 4, 6, 12, 24, 36, 48, 60, 120 і матиме 38 елементів. Усі 38 елементів можна визначити на комп'ютері за хвилину чи за декілька за допомогою наведеного вище алгоритму та занести до деякого масиву. Легко бачити, що відповіддю до задачі для заданого n тепер буде максимальне число з масиву, що не перевищує n .

Задача «Прогресія»

Слід зробити таке:

- впорядкувати масив різних цілих чисел методом обліку масивом множин;
- перебрати всі можливі пари різниця + перший елемент;
- оптимізувати перебір відкиданням тих пар, які задають члени вже знайдених прогресій максимальної довжини.

На жаль, доведення того факту, що наведений алгоритм працюватиме за прийнятний час, у розв'язку О. Рудика відсутнє.