

Олімпіада з інформатики Солом'янського району

2007/08 н. р.

Автори:

Данило Мисак (задачі 1, 3),

Олександр Рудик (задача 2)

1. Задача «Розвага» (назва програми: `pastime.pas/cpp`)

На планеті Олімпія дуже популярною є така розвага. Олімпієць бере деяку кількість галактонітових камінців і розкладає їх у три (непорожні) купки. Після цього він бере рівно половину камінців з першої купки і перекладає їх у другу купку. Далі — бере рівно половину камінців, що лежатимуть у другій купці, і перекладає у третю. Нарешті, бере рівно половину камінців, що лежатимуть у третій купці, і перекладає їх у першу купку. Якщо таке можна зробити (тобто у першій, а після відповідних перекладань — у другій і третій купках лежатиме парна кількість камінців), то розвага вважається такою, що вдалася.

Деякому олімпійцю розвага вдалася, і після останнього перекладання галактонітів у першій купці опинилося x , у другій y , а в третій — z камінців. З'ясуйте, скільки камінців було в кожній з купок спочатку.

Вхідні дані

У єдиному рядку вхідного файлу `pastime.dat` вказано три числа — x , y та z (саме у цьому порядку). Всі числа натуральні і не перевищують 30 000.

Вихідні дані

У єдиному рядку вихідного файлу `pastime.res` ви маєте вказати три числа — кількості камінців до перекладань у першій, другій та третій купках відповідно. Якщо існує декілька можливих варіантів, слід вказати один із них (довільний). Якщо не існує жодного варіанта відповідного розподілу камінців по купках, замість трьох чисел виведіть одне — 0.

Приклад вмісту файлу <code>pastime.dat</code>	Приклад вмісту файлу <code>pastime.res</code>
3 2 2	2 3 2

2. Задача «Сновида» (назва програми: `sleep.pas/cpp`)

У президента Першого національного банку майора Томаса Б. Кінгмена (героя оповідання О'Генрі «Товариші із Сан-Розаріо») з'явилася шкідлива звичка щоночі перекладати однаковим чином вміст сейфів, у яких клієнти зберігають свої коштовності. Створіть програму, яка допоможе вирахувати, через скільки діб усі коштовності вперше повернуться на свої місця.

Вхідні дані

Перший рядок вхідного файлу `sleep.dat` містить одне натуральне число n — кількість сейфів банку, що не перевищує 15 500. Далі (починаючи з другого рядка) файл містить послідовність n різних натуральних чисел у межах від 1 до n включно. k -й член цієї послідовності — номер сейфа, куди майор перекладає вміст k -го сейфа першої ночі.

Вихідні дані

Єдиний рядок вихідного файлу `sleep.res` має містити запис у десятковій системі числення шуканої кількості діб, що містить не більше ніж 1000 цифр.

Приклад вмісту файлу <code>sleep.dat</code>	Приклад вмісту файлу <code>sleep.res</code>
5 2 3 1 5 4	6

3. Задача «Орбіта» (назва програми: `orbit.pas/cpp`)

Навколо планети Олімпія літають n супутників. Вони розташовані рівномірно вздовж кола її орбіти і занумеровані числами від 1 до n за годинниковою стрілкою. Найвидатніший астронавт Олімпії має інколи відвідувати кожен з супутників, щоб проводити дуже важливі і притаманні лише для відповідного супутника космічні роботи. Зараз йому треба переміститися з супутника номер a на супутник номер b . Для цього він може перелітати між сусідніми супутниками за допомогою свого космічного корабля або ж використовувати телепортацію. Телепортатори встановлені на кожному із супутників, проте, на жаль, через непорозуміння в олімпійських бізнес-колах телепортуватися можна тільки між тими парами супутників, що належать одній і тій самій корпорації. На одну телепортацію витрачається стільки ж часу, скільки й на переліт між сусідніми супутниками — одна олімпійська доба. Визначте, яку найменшу кількість олімпійських діб може витратити астронавт, щоб здійснити свій маршрут; допоможіть астронавту і вкажіть відповідний маршрут.

Вхідні дані

У першому рядку вхідного файлу `orbit.dat` вказано три числа — n (кількість супутників), a та b (номери першого й останнього супутника у маршруті астронавта відповідно). i -те число другого рядка вказує номер корпорації, якій належить супутник з номером i . Кожна корпорація має додатний цілий номер, що не перевищує n . Деяким таким номерам може не відповідати жодна корпорація. Кількість супутників не перевищує 15 000.

Вихідні дані

У першому рядку вихідного файлу `orbit.res` ви маєте вказати єдине число — найменшу кількість часу (в олімпійських добах), упродовж якого астронавт із супутника з номером a зможе дістатися на супутник з номером b . У другому рядку через пробіл і у відповідному порядку виведіть номери супутників, якими має пересуватися астронавт, щоб опинитися у пункті призначення якнайшвидше. Якщо оптимальних маршрутів супутниками є декілька, необхідно вказати лише один (довільний).

Приклад вмісту файлу <code>orbit.dat</code>	Приклад вмісту файлу <code>orbit.res</code>
6 1 4 1 5 5 2 3 2	2 1 6 4

Ідеї розв'язання

Задача «Розвага»

Нехай після третього перекладання у купках опинилося відповідно x , y та z камінців. Оскільки у третій купці залишилася рівно половина тієї кількості камінців, яка там знаходилася до третього перекладання, можемо однозначно вказати кількості камінців у купках до цього перекладання: $x - z$, y , $2z$. Аналогічно до другого перекладання у першій, другій, третій купці знаходилося $x - z$, $2y$, $2z - y$ камінців відповідно, а до першого — $2x - 2z$, $2y + z - x$ і $2z - y$. Отже, необхідною і достатньою умовою того, що для заданого кінцевого існує початковий розподіл камінців, є виконання усіх трьох нерівностей $x > z$, $2y + z > x$, $2z > y$ (адже легко бачити, що початковий розподіл $2x - 2z$, $2y + z - x$, $2z - y$, якщо тільки всі числа у ньому додатні, дійсно приводить до розподілу x , y , z після третього перекладання). А у разі їх виконання шуканий початковий розподіл — $2x - 2z$, $2y + z - x$, $2z - y$.

Величини, що фігурують у відповіді, можуть виявитися завеликими для збереження у змінних типу `integer`, тому у програмі мовою Pascal треба користуватися типом `longint`.

Задача «Сновида»

Слід зробити таке:

- знайти довжини циклів, відмінні від 1, на які розбивається граф, що подає схему перестановок;
- подати найменше спільне кратне (НСК) знайдених довжин циклів добутком «коротких» чисел, використовуючи рівності
$$\text{НСК}(a, b, c, \dots) = a \cdot \text{НСК}(b/\text{НСД}(a, b), c/\text{НСД}(a, c), \dots),$$
де $\text{НСД}(a, b)$ — найбільший спільний дільник чисел a та b — можна обчислити, використовуючи алгоритм Евкліда;
- знайти відповідь, використовуючи подання числа масивом його цифр і правила множення у стовпчик.

Задача «Орбіта»

Перекладемо задачу мовою графів. Нехай вершини графа — супутники Олімпії, а ребро між двома вершинами прокладено тоді й лише тоді, коли відповідні їм супутники або сусідні, або належать одній і тій самій корпорації. «Довжина» кожного ребра дорівнює 1. Тепер необхідно відшукати у графі такий шлях ребрами між вершиною a та вершиною b , що має найменшу можливу довжину. Цю задачу розв'язує відомий алгоритм пошуку у ширину (хвильового пошуку).